

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по экономике

Красноярский край
2024-2025 учебный год

Ответы 10-11 класс

Время выполнения 180 мин. Максимальное кол-во баллов – 100

ОТВЕТЫ НА ТЕСТ

Тест 1. Только один возможный ответ: «Верно» или «Неверно» (4 балла)

Номер вопроса	Верно (1)	Неверно (2)
1		Неверно
2		Неверно
3	Верно	
4		Неверно

Тест 2. Только один правильный ответ (8 баллов)

Номер вопроса	Ответ
1	3
2	4
3	3
4	4

Тест 3. Выбрать все верные ответы (12 баллов)

Номер вопроса	Ответ
1	1, 4
2	1, 3
3	3, 4, 5
4	1, 2, 4

4. Задания с открытым ответом (16 баллов)

Номер вопроса	Ответ
1	50
2	-3,75
3	10
4	392

ЗАДАЧИ

Задача 1 (15 баллов)

После распада Котейской Империи на ее бывшей территории возникло два новых независимых государства - Республика Котей (РК) и Котейская Народная Демократическая Республика (КНДР).

Обе эти страны могли выращивать рис и добывать железо. Максимально возможные объемы производства этих двух товаров показаны в таблице.

Страна	Производство риса, тыс.	Добыча железа, тыс.
	т	т
Республика Котей (РК)	250	100
Котейская Народная Демократическая Республика (КНДР)	100	200

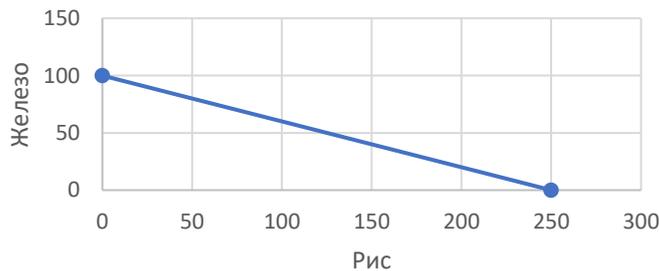
Первое время отношения между странами были враждебными и товарный обмен отсутствовал. Известно, что в эти годы в Республике Котее производилось и потреблялось 50 тыс. т железа, а в КНДР - 90 тыс. т ежегодно.

Наконец, напряженность в отношениях стран спала, и они стали активно развивать взаимный товарооборот, образовав Торговый Котейский Союз (ТКС). Участники ТКС предпочитают торговать рисом и железом только друг с другом (приравнивая цену тонны железа к цене тонны риса). После специализации и торгового обмена выигрыш в потреблении железа составил 10 тыс. т в год., а риса – 5 тыс. т в год.

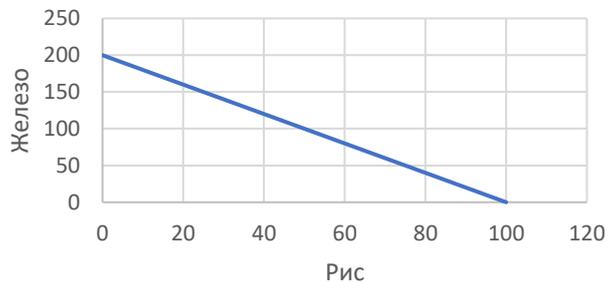
- 1) Какая страна в ТКС экспортирует рис и в каком объеме?
- 2) Какая страна в ТКС экспортирует железо и в каком объеме?

Решение:

Согласно данным таблицы КПВ для Республики Котей будет выглядеть следующим образом



А ее уравнение примет вид $J_{РК} = 100 - 0,4P_{РК}$ или $P_{РК} = 250 - 2,5 J_{РК}$ (2 балла)
КПВ для КНДР ситуация будет выглядеть следующим образом



А ее уравнение примет вид $J_{КНДР} = 200 - 2P_{КНДР}$ или $P_{КНДР} = 100 - 0,5 * J_{КНДР}$ (2 балла)

Можно заметить, что Республика Котей имеет сравнительные преимущества в выпуске риса, тогда как КНДР – сравнительные преимущества в добыче железа. Это значит, что при межстрановом обмене РК будет специализироваться на рисе и его экспортировать, а КНДР станет экспортером железа.

Найдем объемы экспорта двух стран

До образования ТКС Республика Котей производила 50 тыс. т железа и, как следует из формулы кривой производственных возможностей

$$250 - 2,5 * 50 = 125 \text{ тыс. т. риса}$$

КНДР соответственно 90 тыс. т железа и

$$100 - 0,5 * 90 = 55 \text{ тыс. т. риса}$$

Согласно условию после образования ТКС потребление железа (2 балла)

Страна	Потребление риса, тыс. т	Потребление железа, тыс. т
Республика Котей (РК)	$125+5=130$	$50+10=60$
Котейская Народная Демократическая Республика (КНДР)	$55+5=60$	$90+10=100$
Суммарно	190	160

Поскольку суммарное производство в ТКС должно быть равно суммарному его потреблению, то можно составить следующую систему уравнений (2 балла за догадку и 1 за решение):

$$\begin{cases} J_{\text{КНДР}} + J_{\text{РК}} = 160 \\ 250 - 2,5 J_{\text{РК}} + 200 - 0,5 * J_{\text{КНДР}} = 190 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} J_{\text{КНДР}} = 160 - J_{\text{РК}} \\ 250 - 2,5 J_{\text{РК}} + 100 - 0,5 * (160 - J_{\text{РК}}) = 190 \end{cases}$$

Решая второе уравнение, получим

$$250 - 2,5 J_{\text{РК}} + 100 - 80 + 0,5 J_{\text{РК}} = 190$$

$$2 J_{\text{РК}} = 80$$

$$J_{\text{РК}} = 40$$

$$J_{\text{КНДР}} = 160 - 40 = 120$$

В условиях обмена производство в странах будет следующим (2 балла)

Страна	Производство риса, тыс. т	Добыча железа, тыс. т
Республика Котей (РК)	$250 - 2,5 * 40 = 150$	40
Котейская Народная Демократическая Республика (КНДР)	$100 - 0,5 * 120 = 40$	120

Как можно заметить Республика Котей производит риса больше, чем потребляет, а значит излишек будет идти на экспорт

Экспорт Риса = $150 - 130 = 20$ (2 балла)

Вместе с тем КНДР, наоборот, производит риса меньше, чем потребляет

$40 - 60 = -20$ – внутренний дефицит, покрываемый за счет импорта риса из РК.

КНДР производит больше железа, чем потребляет, а значит излишек будет идти на экспорт

Экспорт Железа = $120 - 100 = 20$ (2 балла)

Вместе с тем КНДР, наоборот, производит риса меньше, чем потребляет

$40 - 60 = -20$ – внутренний дефицит, покрываемый за счет импорта железа из КНДР.

Задача 2 (15 баллов)

Мальчик Виталя очень любит батончики Натс (N) и апельсиновый сок (AJ).

Его функция полезности от потребления этих двух благ имеет вид $U = \sqrt[4]{N * (AJ)^3}$ (Что равноценно функции вида $U = N^{1/4} * AJ^{3/4}$)

Каждую неделю Виталя тратит на перекусы 72 доллара.

Известно, что один батончик Натс стоит 2 доллара, а литр свежавыжатого апельсинового сока – 3 доллара.

Если цена на батончик Натс возрастет в 1,5 раза, как должна измениться цена на апельсиновый сок, чтобы мальчик Виталя получал такое же наслаждение от перекуса, как и раньше (оставаясь на той же самой кривой безразличия)? Как при этом изменится его оптимальный набор?

Решение:

Следуя правилу максимизации полезности, в условиях оптимального выбора для потребителя выполняется следующая система условий (2 балла за постановку задачи)

$$\begin{cases} \frac{MU_N}{MU_{AJ}} = \frac{P_N}{P_{AJ}} \\ I = N * P_N + AJ * P_{AJ} \\ MU_N = U'_N = \frac{1}{4} * N^{-3/4} * AJ^{3/4} \end{cases}$$

$$MU_{AJ} = U'_{AJ} = \frac{3}{4} * N^{1/4} \cdot AJ^{-1/4}$$

3 балла за решение системы любым из двух способов

$$\begin{cases} \frac{1}{4} * N^{-3/4} \cdot AJ^3 = \frac{2}{3} \\ \frac{3}{4} * N^{1/4} \cdot AJ^{-1/4} = \frac{2}{3} \\ 72 = 2N + 3AJ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{AJ}{3N} = \frac{2}{3} \\ 72 = 2N + 3AJ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} N = 9 \\ AJ = 18 \end{cases}$$

Найти оптимальные наборы потребления можно также воспользовавшись правилом долей, согласно которому¹

$$\begin{cases} N = \frac{1/4}{1/4 + 3/4} * \frac{I}{P_N} = \frac{1}{4} * \frac{72}{2} = 9 \\ AJ = \frac{3/4}{1/4 + 3/4} * \frac{I}{P_{AJ}} = \frac{3}{4} * \frac{72}{3} = 18 \end{cases}$$

Так как при росте цены на батончики Виталий должен сохранить прежний уровень полезности, для него справедливо следующее

$$N_1^{1/4} \cdot AJ_1^{3/4} = N^{1/4} \cdot AJ^{3/4} \text{ (3 балла за постановку задачи)}$$

где N_1 и AJ_1 – новые уровни потребления

Так как новая цена на сок = 3, то в новых условиях должно выполняться следующее

$$\begin{cases} \frac{1}{4} * N_1^{-3/4} \cdot AJ_1^3 = \frac{3}{P_{AJ}} \\ \frac{3}{4} * N_1^{1/4} \cdot AJ_1^{-1/4} = \frac{3}{P_{AJ}} \\ 72 = 3N_1 + P_{AJ} * AJ_1 \\ N_1^{1/4} \cdot AJ_1^{3/4} = 9^{1/4} \cdot 18^{3/4} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{AJ}{3N_1} = \frac{3}{P_{AJ}} \\ 72 = 3N_1 + P_{AJ} * AJ_1 \\ N_1 \cdot AJ_1^3 = 9 * 18^3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{AJ_1^4}{9 * 18^3} = \frac{1}{P_{AJ}} \\ 72 = 3N_1 + P_{AJ} * AJ_1 \\ N_1 = \frac{9 * 18^3}{AJ_1^3} \end{cases}$$

Решая первые 2 уравнения данной системы

$$\begin{aligned} \frac{AJ_1}{3N_1} = \frac{3}{P_{AJ}} &\rightarrow 3N_1 = \frac{P_{AJ} * AJ_1}{3} \\ 72 = \frac{P_{AJ} * AJ_1}{3} + P_{AJ} * AJ_1 &\rightarrow 72 = \frac{4 * (P_{AJ} * AJ_1)}{3} \rightarrow 54 = P_{AJ} * AJ_1 \rightarrow AJ_1 = \frac{54}{P_{AJ}} \\ 3N_1 = \frac{P_{AJ} * \frac{54}{P_{AJ}}}{3} &\rightarrow N_1 = 6 \end{aligned}$$

, можно прийти к следующей оптимальной точке

$$\begin{cases} N_1 = 6 \\ AJ_1 = \frac{54}{P_{AJ}} \end{cases}$$

(3 балла за решение и нахождение новой оптимальной точки)

К ней же можно прийти, воспользовавшись правилом долей

$$\begin{cases} N = \frac{1/4}{1/4 + 3/4} * \frac{I}{P_N} = \frac{1}{4} * \frac{72}{3} = 6 \\ AJ = \frac{3/4}{1/4 + 3/4} * \frac{I}{P_{AJ}} = \frac{3}{4} * \frac{72}{P_{AJ}} = \frac{54}{P_{AJ}} \end{cases}$$

То есть справедливо следующее

$$6^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{54}{P_{AJ}}\right)^{\frac{3}{4}} = 9^{\frac{1}{4}} \cdot 18^{\frac{3}{4}} \leftrightarrow \sqrt[4]{6 * \left(\frac{54}{P_{AJ}}\right)^3} = \sqrt[4]{9 * 18^3} \leftrightarrow 6 * \left(\frac{54}{P_{AJ}}\right)^3 = 9 * 18^3$$

Откуда следует, что $P_{AJ} = \sqrt[3]{\frac{54^3 * 6}{9 * 18^3}} = \sqrt[3]{\frac{2 * 3^3}{3}} = \sqrt[3]{18} \approx 2,62$ **(3 балла)**

Тогда $AJ_1 = \frac{54}{\sqrt[3]{18}} \approx \frac{54}{2,62} = 20,61$ литров **(1 балл)**

¹ Правило долей является общеизвестным утверждением, поэтому если участник находит равновесные объемы выпуска, используя его, баллы за пункт не снижаются

Задача 3 (15 баллов).

Иван Петрович и Петр Иванович – местные пенсионеры-фермеры, живущие на соседних участках. Первый разводит кур-несушек, а второй выращивает кукурузу.

Куры Ивана Петровича иногда захаживают на участок Петра Ивановича, чтобы полакомиться кукурузой. Поэтому зависимость издержек на производство одного десятка яиц для него выглядит как

$$TC_{\text{я}} = Q_{\text{я}}^2 + 50Q_{\text{я}} - Q_{\text{к}}^2$$

где $Q_{\text{я}}$ – число десятков яиц, которые снесут куры Ивана Петровича

$Q_{\text{к}}$ – количество килограммов кукурузы Петра Ивановича

Из-за «деятельности» соседских кур издержки на выращивание кукурузы Петра Ивановича можно описать следующей функцией

$$TC_{\text{к}} = 2Q_{\text{к}}^2 + 70Q_{\text{к}} + 0,25Q_{\text{я}}^2$$

Пусть цена десятка яиц равна цене килограмма кукурузы и составляет 150 рублей, а на рынке яиц и кукурузы – совершенная конкуренция. Каждый фермер максимизирует прибыль.

1) Найдите оптимальный выпуск и максимальную прибыль от производства яиц и кукурузы, если фермеры ведут хозяйство отдельно.

2) Как изменился бы оптимальный выпуск и прибыль Ивана Петровича и Петра Ивановича, если бы они решили вести бизнес совместно?

3) В реальной жизни соседи-фермеры постоянно конфликтуют из-за того, что курицы Ивана Петровича уничтожают урожай Петра Ивановича. В экономике явление, когда производство одного товара оказывает влияние на цену другого называется внешним эффектом. Пусть местные власти решили отрегулировать внешние эффекты фермеров через налоги и субсидии (в этих целях они дают оценку величины продукции необходимой для эффективного функционирования общества, которая равна выпуску совместного предприятия, и вводят такие меры, которые простимулируют фермеров производить продукцию, как если бы они работали вместе). Определите оптимальный налог и субсидию на единицу продукции каждого фермера.

Решение:

1) Оба производителя работают в условиях совершенной конкуренции. Поэтому для определения оптимального объема выпуска, максимизирующего прибыль, применяем правило $P = MC(Q^*)$. (5 баллов)

Для Ивана Петровича

$$MC = TC' = 2Q_{\text{я}} + 50$$

Тогда

$$2Q_{\text{я}} + 50 = 150$$

$$Q_{\text{я}} = 50 \text{ (1,5 балла)}$$

А его прибыль

$$\pi = 50 * 150 - 50^2 - 50 * 50 = 2500 \text{ (1 балл)}$$

Для Петра Ивановича

$$MC = TC' = 4Q_{\text{к}} + 70$$

Тогда

$$4Q_{\text{к}} + 70 = 150$$

$$Q_{\text{к}} = 20 \text{ (1,5 балла)}$$

А его прибыль

$$\pi = 20 * 150 - 2 * 20^2 - 70 * 20 = 800 \text{ (1 балл)}$$

2) Представим, что хозяйства объединились и объединенное хозяйство максимизирует суммарную прибыль. Точка максимума суммарной прибыли определяет эффективные объемы выпуска.

$$\pi = 150 * (Q_{\text{я}} + Q_{\text{к}}) - (Q_{\text{я}}^2 + 50Q_{\text{я}} - Q_{\text{к}}^2) - (2Q_{\text{к}}^2 + 70Q_{\text{к}} + 0,25Q_{\text{я}}^2)$$

$$\pi = 150Q_{\text{я}} + 150Q_{\text{к}} - Q_{\text{я}}^2 - 50Q_{\text{я}} + Q_{\text{к}}^2 - 2Q_{\text{к}}^2 - 70Q_{\text{к}} - 0,25Q_{\text{я}}^2 \rightarrow \max \text{ (1 балл за условие)}$$

$$\pi'_{Q_{\text{я}}} = 100 - 2 * 1,25Q_{\text{я}} = 0$$

$$Q_{\text{я}} = 40 \text{ (1,5 балла)}$$

$$\pi'_{Q_{\text{к}}} = 80 - 2Q_{\text{к}} = 0$$

$$Q_{\text{к}} = 40 \text{ (1,5 балла)}$$

Тогда прибыль совместного предприятия составит:

$$\begin{aligned} \pi &= 150 * (40 + 40) - (40^2 + 50 * 40 - 40^2) - (2 * 40^2 + 70 * 40 + 0,25 * 40^2) = \\ &= 150 * 80 - 50 * 40 - 2,25 * 1600 + 70 * 40 = 9200 \text{ (1 балл)} \end{aligned}$$

3) По функциям затрат видно, что производство яиц оказывает отрицательный внешний эффект на производство кукурузы и, наоборот, производство кукурузы сокращает затраты на производство яиц, оказывая положительный внешний эффект. Таким образом, на производителя яиц необходимо наложить корректирующий налог, а вот производителю кукурузы предоставить субсидию **(1 балл за идею)**

Для определения налога или субсидии, регулирующих внешние эффекты, необходимо оценить, сколько каждого из данных продуктов необходимо обществу для эффективного функционирования, что было сделано в п.2.

Обозначим потоварный налог через t . Тогда из условия оптимальности при $Q_{я} = 40$

$$\begin{aligned} P - t &= 2Q_{я} + 50 \\ 150 - t &= 2 * 40 + 50 \\ t &= 20 \text{ (2 балла)} \end{aligned}$$

Обозначим потоварную субсидию через s . Тогда из условия оптимальности при $Q_{к} = 40$

$$\begin{aligned} P + s &= 4Q_{к} + 70 \\ 150 + s &= 4 * 40 + 70 \\ s &= 80 \text{ (2 балла)} \end{aligned}$$

Сравнивая фактические и эффективные объемы выпуска, приходим к выводу, что надо ввести потоварный налог на производство яиц (сократить их производство до 40 десятков яиц) и субсидировать производителя кукурузы (увеличить её производство до 40).

Задача 4 (15 баллов)

В республике Арстотцке производятся два вида товаров: хлеб и зрелища, а КПВ задаётся следующим уравнением: $X^2 + 3Z^2 = 625$, где X – 1000 буханок хлеба, а Z – 1000 единиц зрелищ. Жители Руритании потребляют наборы, состоящие из 4х единиц хлеба и 1 единицы зрелищ. Для простоты и удобства расчетов, цены зафиксированы государством и равны $P_x = 10$, $P_z = 30$. Производство товаров облагается НДС, а ставки налога дифференцированы и составляют 20% для хлеба и 30% для зрелищ. В стране наступил кризис власти, и крупный регион Фардесто решил выйти из состава государства. КПВ региона выглядит как $3X^2 + Z^2 = 49$.

- 1) Определите объем налогов, собираемых на территории всей Арстотцки и в регионе Фардесто.
- 2) Какую долю в ВВП страны занимает регион Фардесто?
- 3) На какой размер дотаций согласится правительство Арстотцки, чтобы удержать регион Фардесто?

Решение:

- 1) Равновесный выпуск на территории Арстотцки и в регионе Фардесто будут находиться в точке пересечения КПВ страны/региона с лучом $Z=1/4X$.

Тогда справедливо, что для страны должен быть выполнены следующий набор условий

$$\begin{cases} X^2 + 3Z^2 = 625 \\ Z = X/4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} X = 20 \\ Z = 5 \end{cases} \text{ (2 балла)}$$

А величина собираемых налогов составит

$$T_A = t_x * P_x * Q_x + t_z * P_z * Q_z = 0,2 * 10 * 20000 + 0,3 * 30 * 5000 = 85000 \text{ (1 балл)}$$

Для региона равновесие будет описываться системой

$$\begin{cases} 3X^2 + Z^2 = 49 \\ Z = X/4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} X = 4 \\ Z = 1 \end{cases} \text{ (2 балла)}$$

А величина собираемых в регионе налогов составит

$$T_{\Phi} = t_x * P_x * Q_x + t_z * P_z * Q_z = 0,2 * 10 * 4000 + 0,3 * 30 * 1000 = 17000 \text{ (1 балл)}$$

- 2) ВВП всей страны равен

$$ВВП_A = P_x * Q_x + P_z * Q_z = 10 * 20000 + 30 * 5000 = 350000 \text{ (2 балла)}$$

А выпуск региона

$$ВВП_{\Phi} = P_x * Q_x + P_z * Q_z = 10 * 4000 + 30 * 1000 = 70000 \text{ (2 балла)}$$

Таким образом, доля региона Фардесто в ВВП страны составит

$$\frac{ВВП_{\Phi}}{ВВП_A} = \frac{70}{350} = 0,2 = 20\% \text{ (2 балла)}$$

- 3) В интересах Арстотцки размер дотаций не должен превышать ВВП региона Фардесто, а значит максимальная выплата региону составит 70000 **(3 балла)**